
星の回折像について

2023年1月作成
舟越 和己

目次

はじめに

1. 高倍率で星を見る
2. 光の回折と星の像
3. 星の回折像の光の強度(無遮蔽、中央遮蔽)
4. エアリーディスクのサイズ
5. 星の回折像と二重星の分離
6. 無遮蔽と中央遮蔽の望遠鏡のコントラスト比較
7. アポダイジングスクリーンの話

おわりに

はじめに：星は点像？

ペルセウス座の二重星団を望遠鏡で見ると明るい星や細かい微光星が視野一杯にひろがります。それらの星々をしばしば「**針で突いたような星像**」と表現したりします。・・・星は非常に遠いので大きな望遠鏡で見ても点にしか見えない、というのは良く言われます。

天体写真でも周辺の星が点像になるかがポイントです。

望遠鏡で星団を見る場合、通常は**低倍率**です。



ペルセウス座の二重星団 (Wikipediaより)

1. 高倍率で星を見る

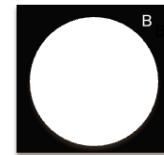
最初に、天体望遠鏡の筒先の形状を説明し
次に、高倍率で見た星の像を筒先の形状別
に説明します。

1. 1 望遠鏡の筒先の形状と型式

■ 円形で遮蔽のない望遠鏡を「**無遮蔽の望遠鏡**」と呼びます。

→例: 屈折望遠鏡

余談: 世の中には、屈折以外に反射式の無遮蔽望遠鏡もあります。(商品化されたものでは、シーフシュピーグレー式望遠鏡、軸外しニュートン式望遠鏡など)



■ 中央に円形の副鏡という遮蔽のある望遠鏡を「**中央遮蔽のある望遠鏡**」と呼びます。

→例: ニュートン式やカセグレン式反射(スパイダー有)

シュミットカセグレンやマクスツフカセグレン(スパイダー無)

本資料では「スパイダーのない場合」を考えます。

→中央を塞いでいるので見え方に何らかの影響があるのでは？

スパイダー無 スパイダー有



副鏡

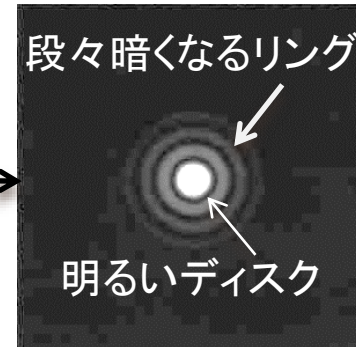
1. 2 屈折望遠鏡で星を見る

☆

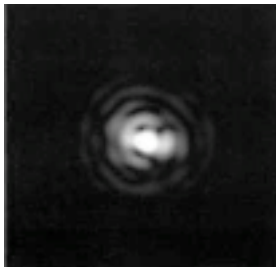
気流の良い日(注)に
屈折望遠鏡で倍率を上げて星を見ると、



高倍率で見る



(注) 気流の悪い日は大気の流れが
像に影響し、ディスクやリングは
良く見えません。



星は点とはならず、
図のように中央に明るいディスク
とそれを囲む段々暗くなるリング
が見えます。

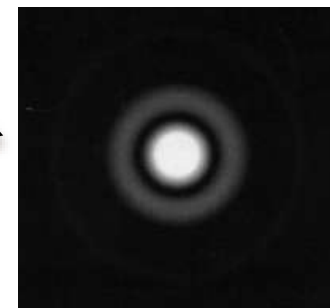
※実際には、上の図よりもずっと
小さく見えます。
(どの位のサイズかは後で説明)

1. 3 シュミカセやマクストフで星を見る



シュミカセやマクストフ(注)の場合、中央に明るいディスクとそれを囲む段々暗くなるリングが見えるのは屈折と同じですが、最初のリングが屈折よりも明るく見えます。

アイピースで拡大

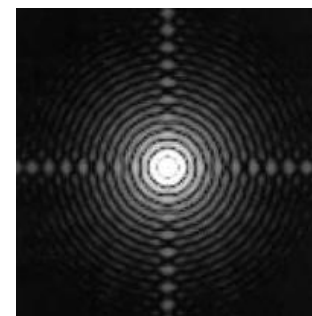


(注)
このタイプの望遠鏡は、中央に副鏡があります。

※実際には、上の図よりもずっと小さく見えます。
(どの位のサイズかは後で説明)

1. 4 ニュートン式など反射望遠鏡で星を見る

■ 反射望遠鏡の場合は、斜鏡を吊すスパイダーの影響(右の場合、十字の光芒)が加わります。

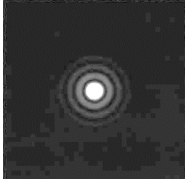


アイピースで拡大



※実際には、上の図よりもずっと小さく見えます。

1. 5 高倍率での見え方の理由

天体望遠鏡で星が「点」ではなく、
このように()見える理由は？

光の波動説から「**光の回折**」により説明されます。

つまり、

天体望遠鏡で星を高倍率で見るということは

星の光の**回折**という物理現象を見ている

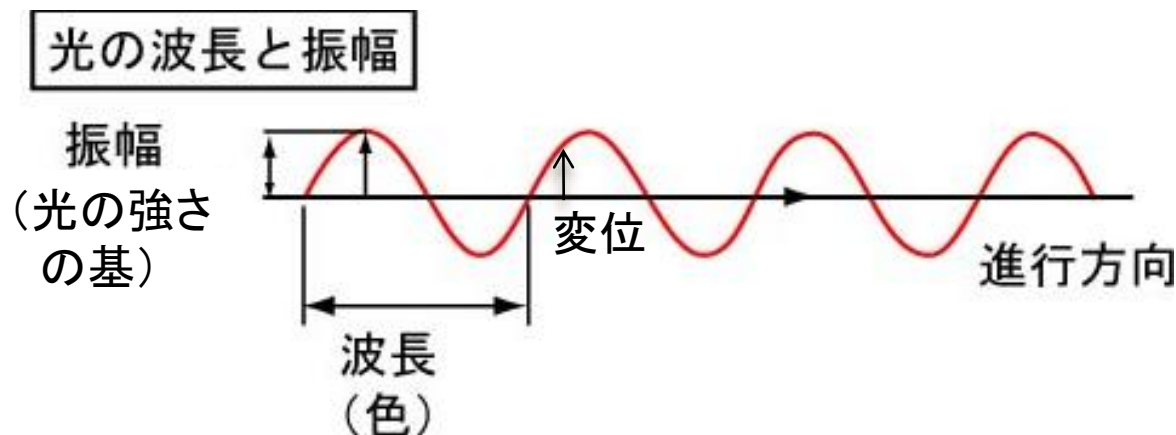
ということです。

1. 6 光の色と強さ

本資料は、星の回折像を説明するのが目的なので以降、光が波であるとして話を進めます。

■ 光を波として表現した場合、

- ・ 波長は光の色を示し、
- ・ 振幅は光の強さの基になります。振幅は、変位の最大値。



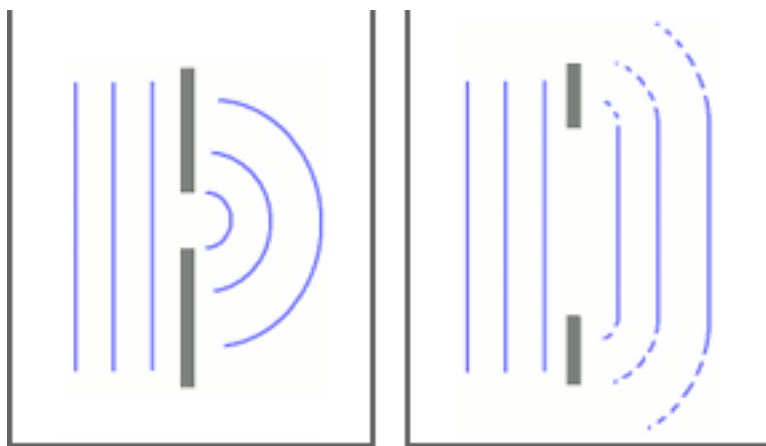
※ 光の波長と色の例: nmはナノメートル(1mmの百万分の一)
紫(380-430nm), 青(430-490nm), 黄(550-590nm), 赤(640-770nm)

2. 光の回折と星の像

2. 1 回折とは？

- **回折 (diffraction)**とは進行する波に対し障害物が存在する時、波がその障害物の背後など、つまり一見すると幾何学的には到達できない領域に伝わっていく現象のことです。

太いラインが障害物



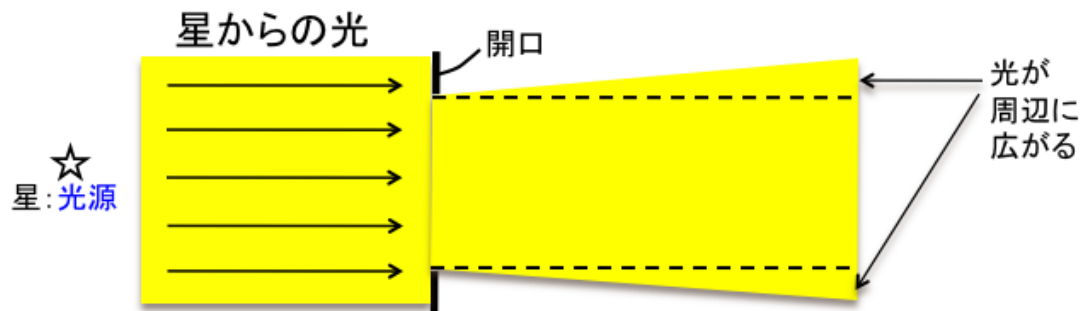
障害物の間隔が
狭いとき

障害物の間隔が
広いとき

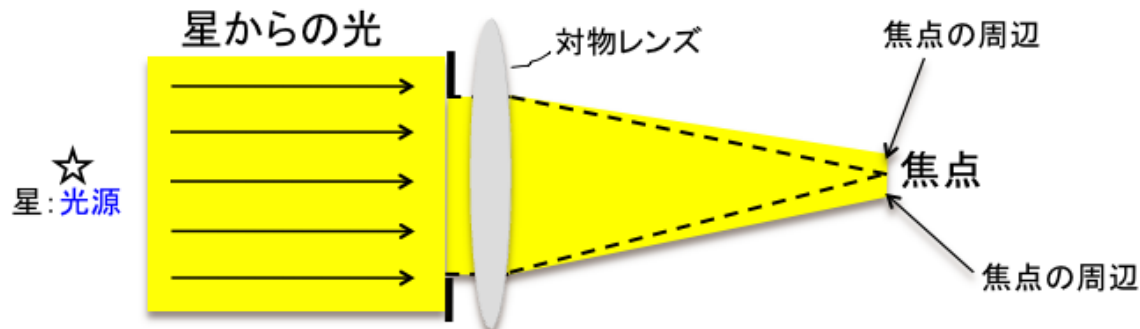
2. 2回折による星の像(1)

■光も波なので回折現象が起きます。

(例)星からの光が、穴の空いた物(これを開口と言います)により穴の周辺の光を遮断されると、光の回折により通過した光は周辺に広がり、直進の破線よりも外側に届きます。



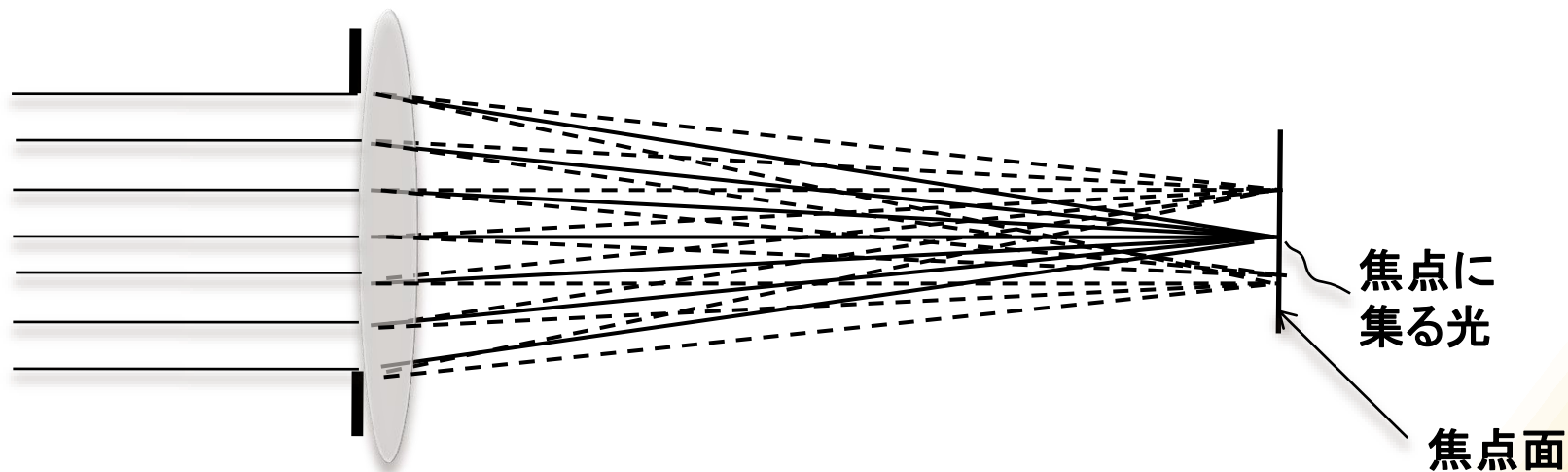
ここで、開口の直後に対物レンズを置くと



対物レンズにより星からの光は、「焦点という1点ではなく、焦点の周り」に集ります！ →これが回折による「星の像」になります。

2. 2回折による星の像(2)

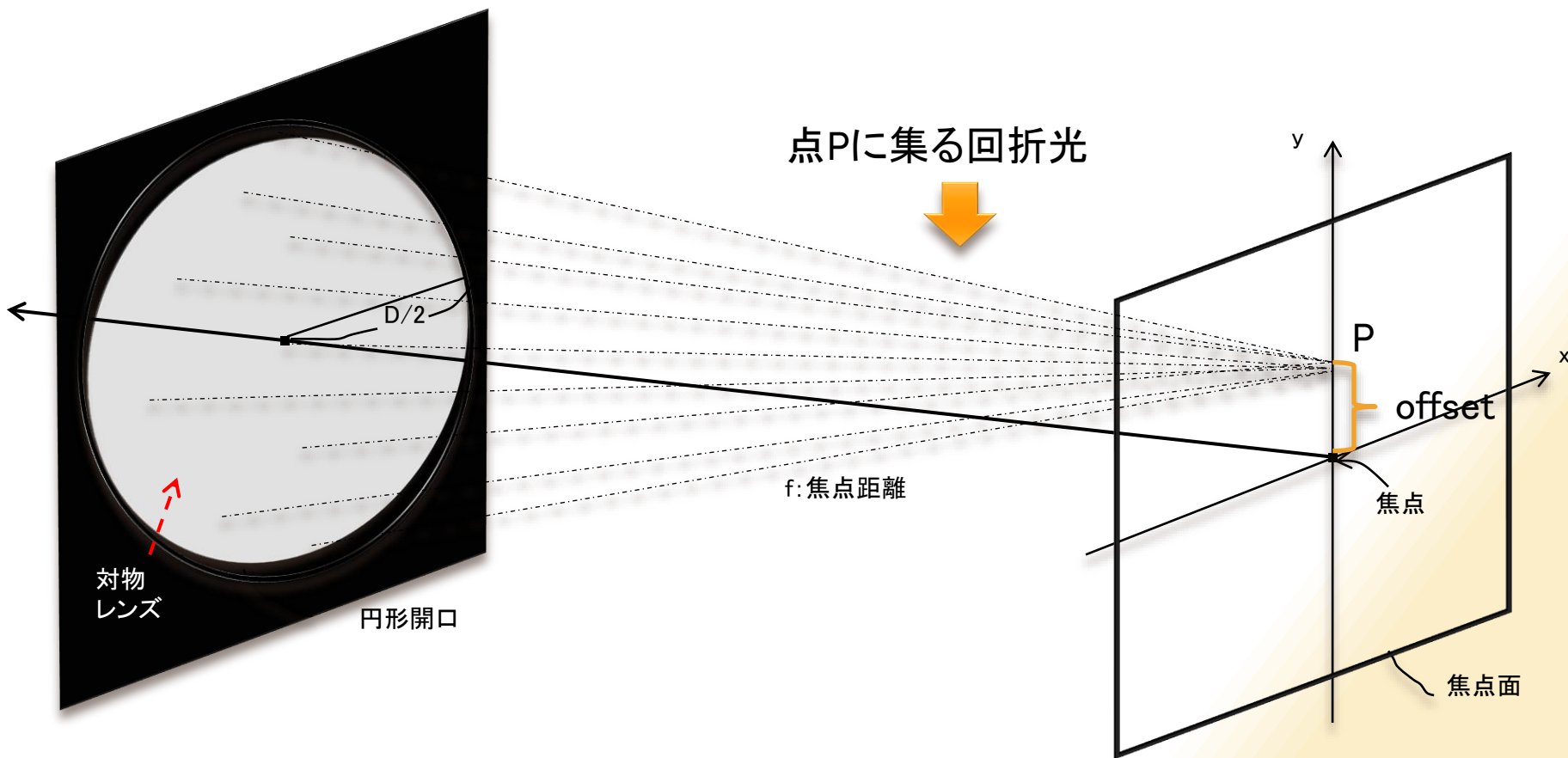
つまり、焦点の周辺にも回折した光(破線)が焦点を結ぶということです;



ここで、焦点周辺に集まる回折光(破線)に着目してみます。

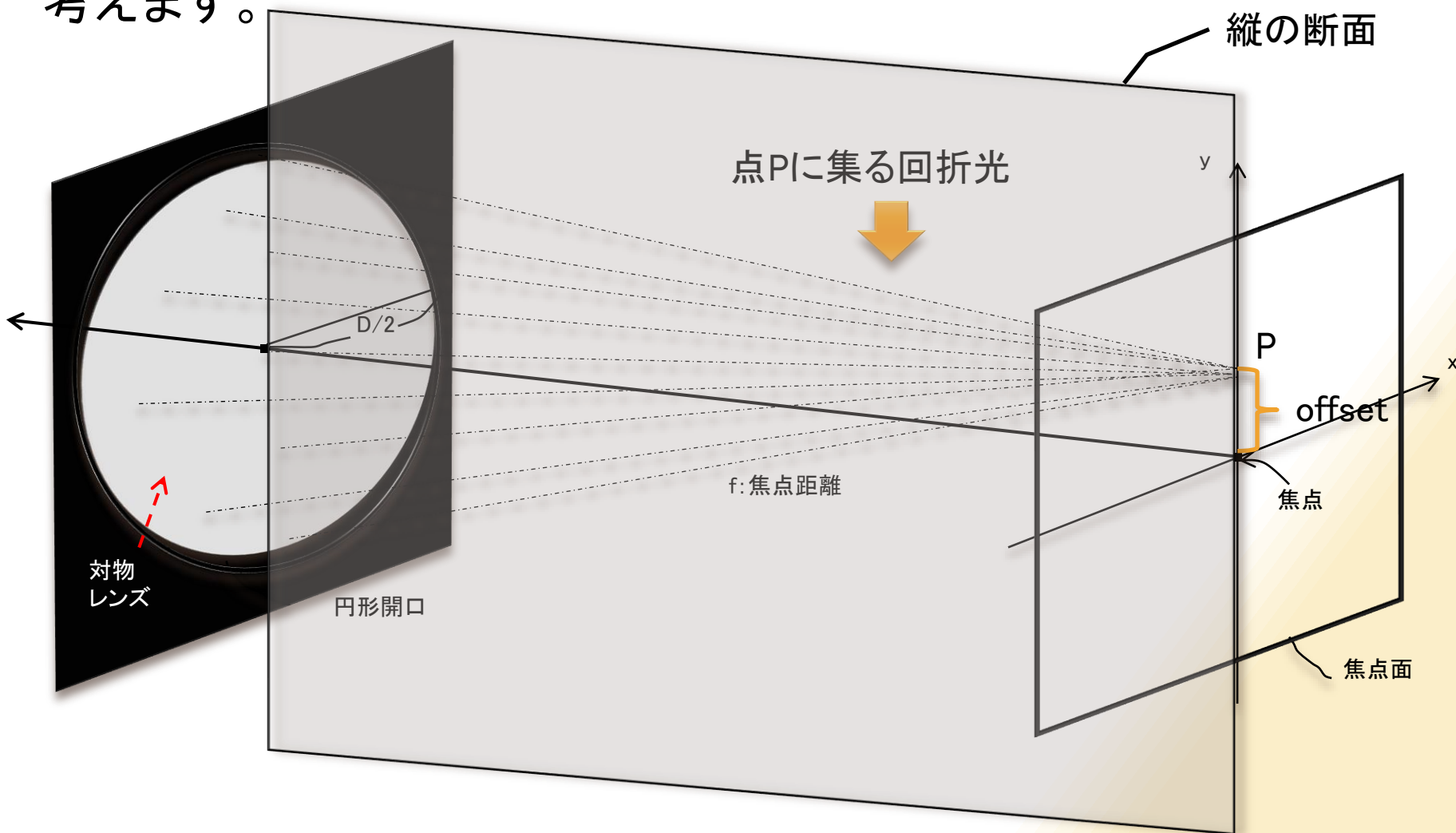
2. 2回折による星の像(3)

下の図は、焦点面上の焦点から少し離れた点Pに集まる回折光を表しています。



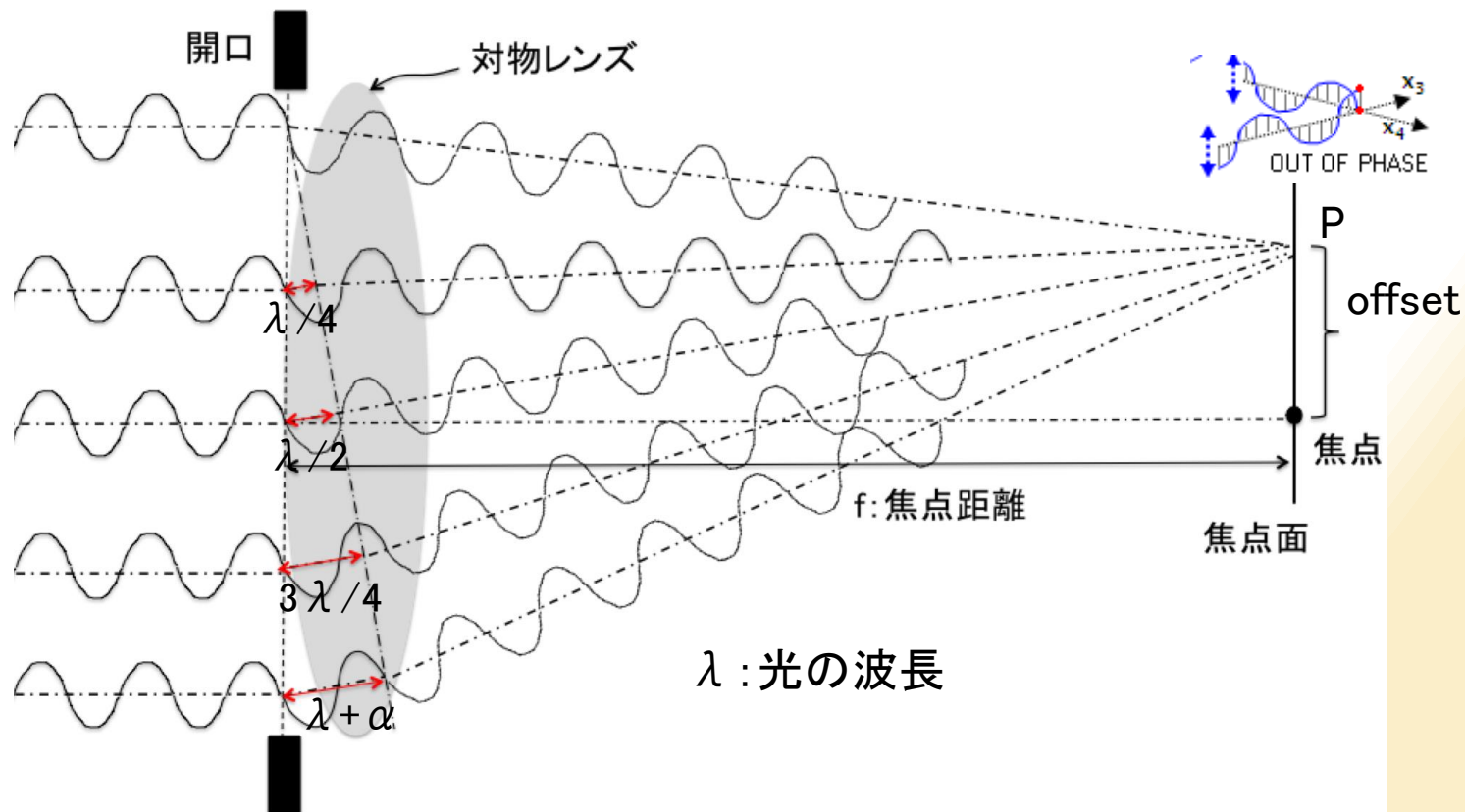
2. 2回折による星の像(4)

ここで、点Pに集る回折光の縦の断面で開口の中心を通るものを考えます。



2. 2回折による星の像(5)

下図は前頁の断面を進む回折光の波を表しています。これを見ると、赤の両矢印(\leftrightarrow)は回折光が進む距離の差、すなわち光路差です。この図では下の方ほど光路差が大きくなります。点Pでは集まった光の波は進行方向にずれが生じます。

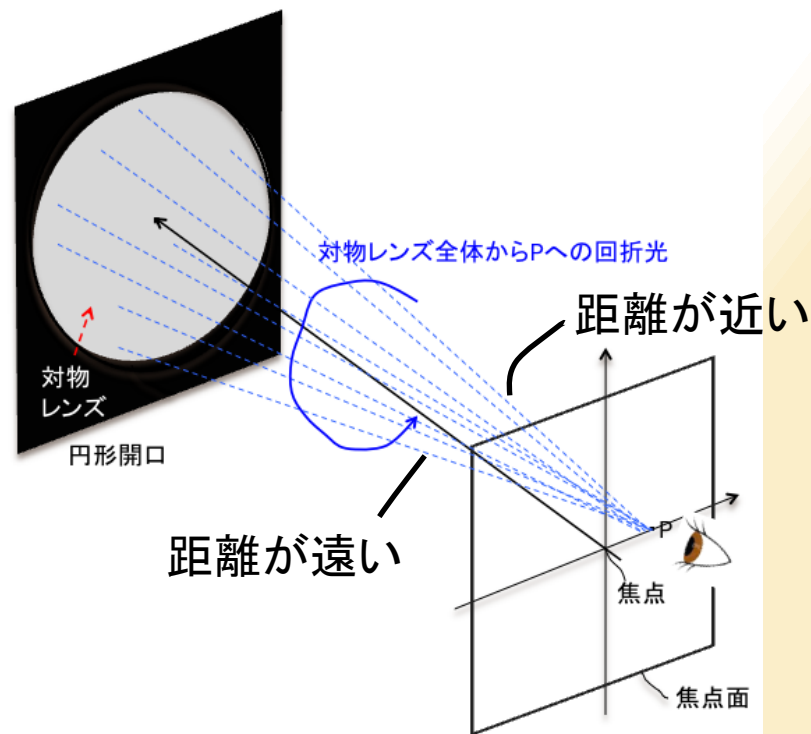


2. 2回折による星の像(6)

つまり、Pが焦点の位置からずれているので、対物レンズ全体からPに集まる回折光は出発点が対物レンズのどの位置かにより、各々進む距離に差が生じます。

光は波なので進む距離の差が生じると、光の波に進行方向のずれが生じ、それに応じて合成された波は強め合ったり、弱め合ったりします。

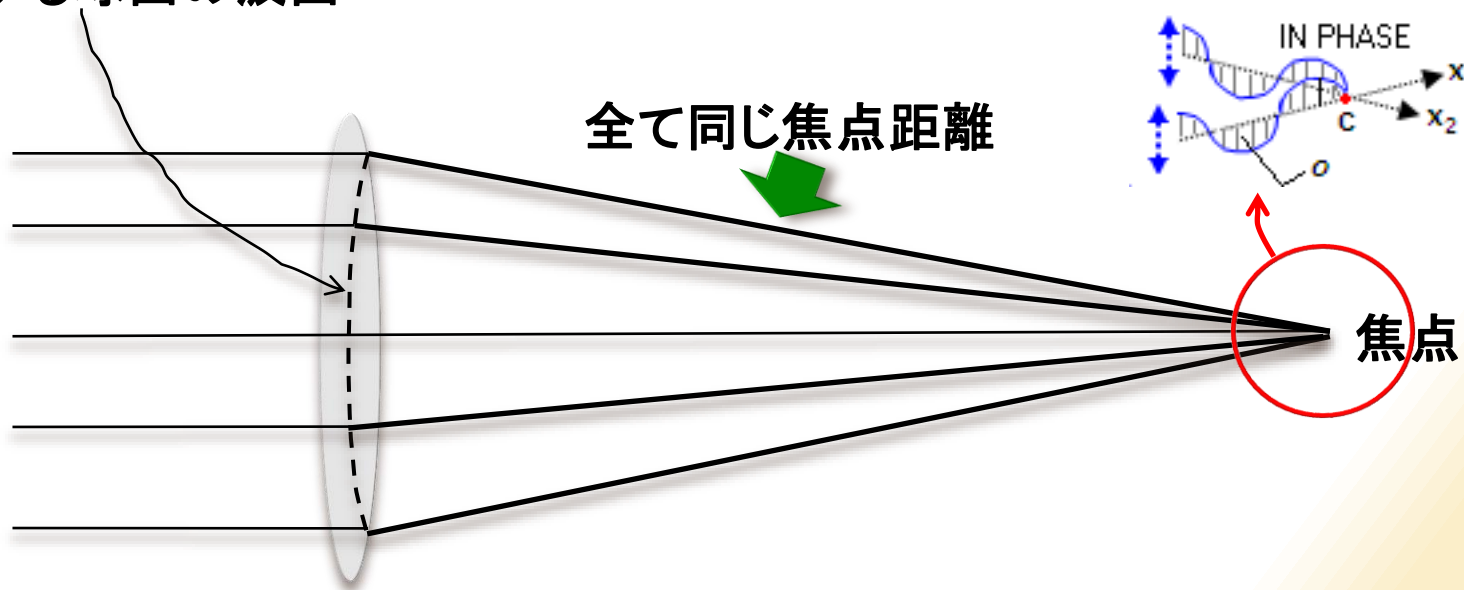
合成された光の波の強弱はPの位置に依存します。



2. 2回折による星の像(7)

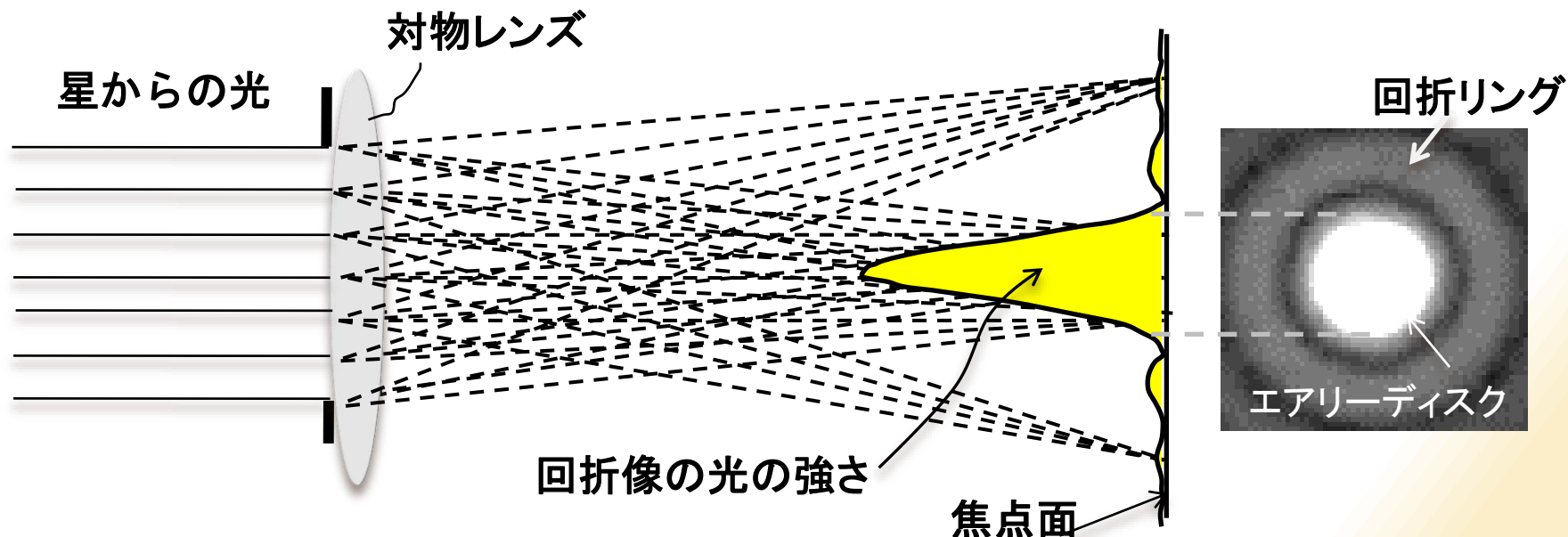
一方、焦点に集まる光には進む距離の差は生じません。すなわち、焦点に集まる光は強め合うだけです。

焦点距離を半径
とする球面の波面



2. 2 回折による星の像 (8)

以上の理由から、光の強さは中心が一番強くなります。中心から離れると明暗を繰り返しながら弱くなっていきます。



焦点周辺に集る光(回折光)は、中央の明るいディスクとそれを囲む同心円のリングから成ります(上の右図)。

これは光の回折により生じるので「回折像」と呼ばれます。

また、中央の明るいディスクは、「セントラルスポット」又は「エアリーディスク」と呼ばれます。

2. 3 中央遮蔽の場合の回折の考え方

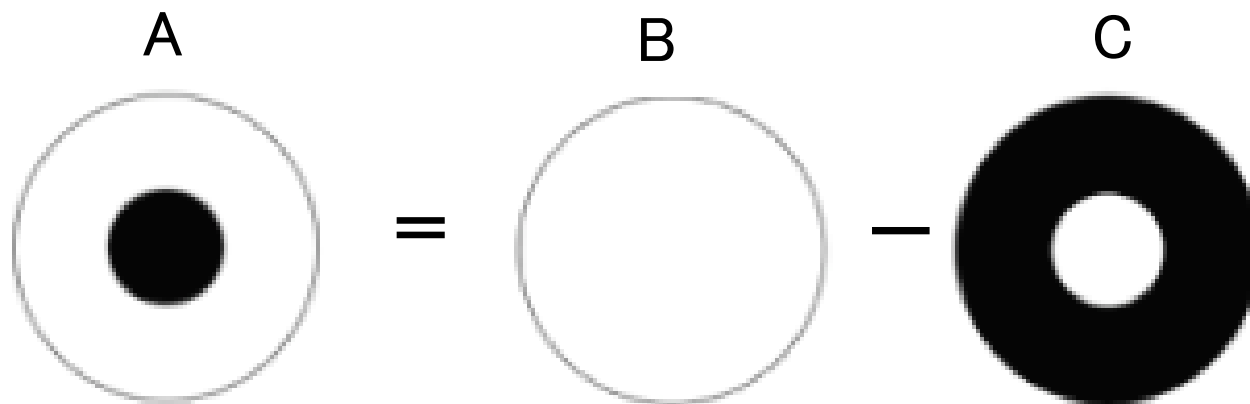
下の図で、

A: 中央遮蔽の開口

B: Aと同じ口径の無遮蔽開口

C: Aの中央遮蔽と同じ大きさの開口

とします。



このとき、

中央遮蔽Aの回折 = (Bの回折) - (Cの回折)
により求めることができます(バビネの原理から)。

3. 星の回折像の光の強さ (無遮蔽、中央遮蔽)

3. 1 星の回折像の光の強さを求めるには

■星の回折像の光の強さは計算によって求まりますが式が複雑なのでここでは省略し結果だけ述べます。

(参考)

歴史的には、今から約190年前の1834年に
波動光学に基づくエアリーの論文

“On the Diffraction of an Object glass with Circular Aperture.
(円形開口を持つ対物レンズの回折について)”

により算出式が示されました。

エアリーディスクはこのエアリーに由来します。

そのころの日本は、江戸時代の後期で
水野忠邦が老中になった頃でした。

(1834年は日本各地を測量した
伊能忠敬が亡くなって16年後です)



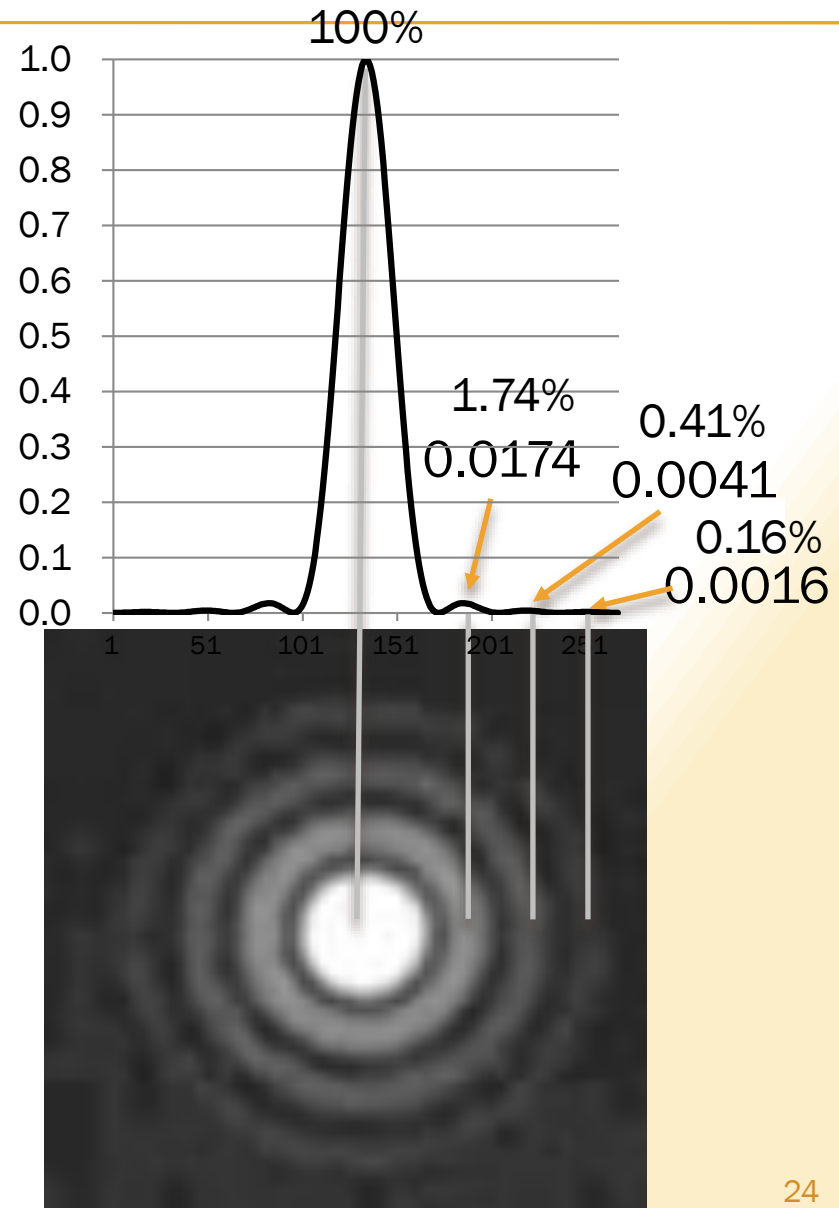
Sir George Biddell Airy
(1801–1892)

3. 2 無遮蔽の回折像の光の強さ

無遮蔽の回折像の光の強さをグラフ表示すると右図のようになります。これは、エアリーディスクのピークの光の強さ=1.0としたときの回折像の光の強度を示しています。

→これを見ると、回折リングの光の強さは非常に小さいです。

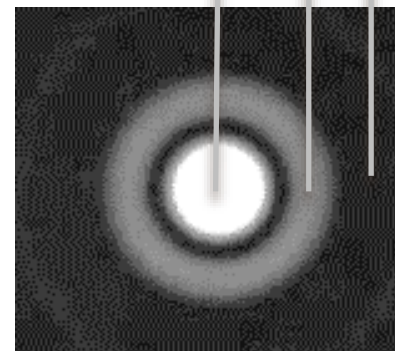
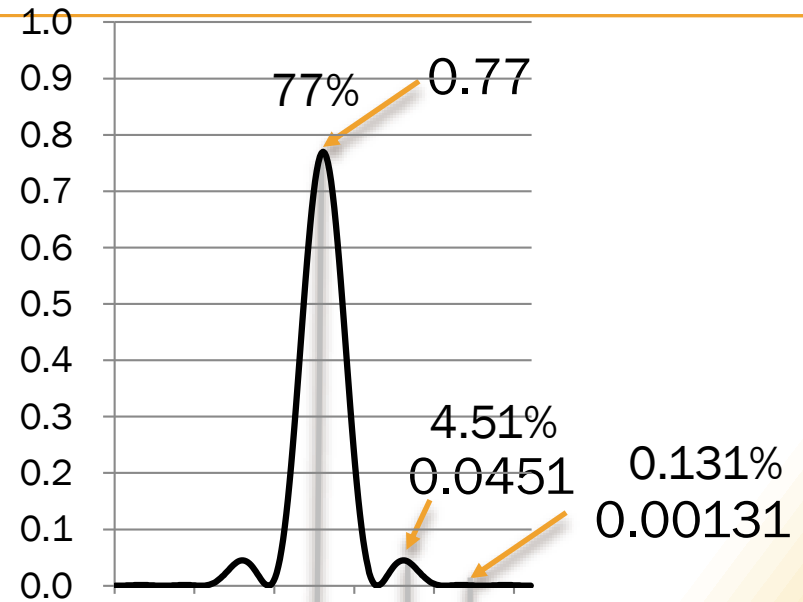
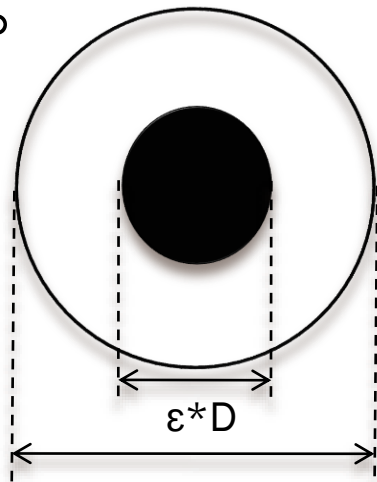
(%表記すると、第一回折リングの光の強度は1.74%)



3. 3 中央遮蔽の回折像の光の強さ

遮蔽率35% ($\varepsilon = 0.35$)の中央遮蔽の回折像の光の強さをグラフ表示すると右図のようになります。

これは、無遮蔽の光の強さ=1.0としたときの中央遮蔽の回折像の光の強さを示しています。

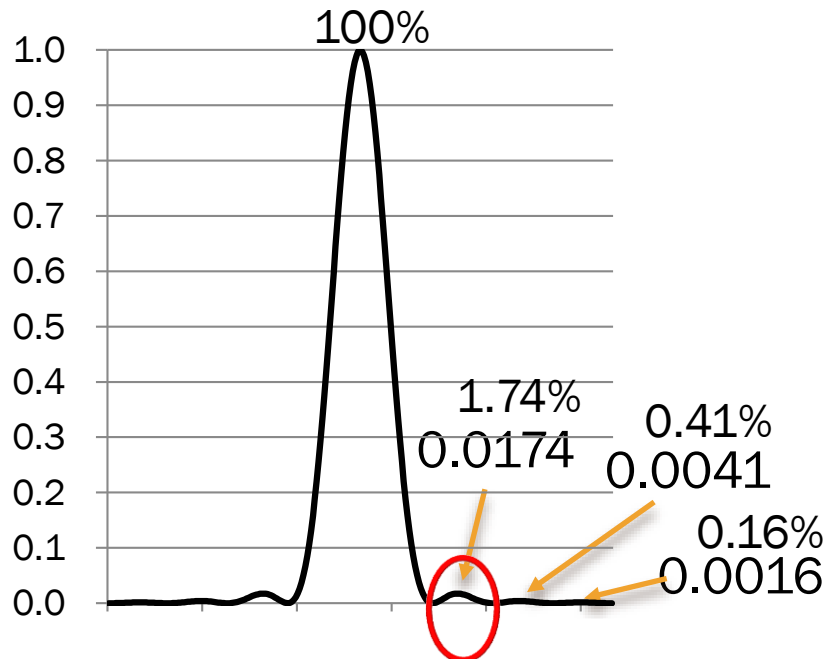


3. 4 無遮蔽と中央遮蔽の回折像の比較

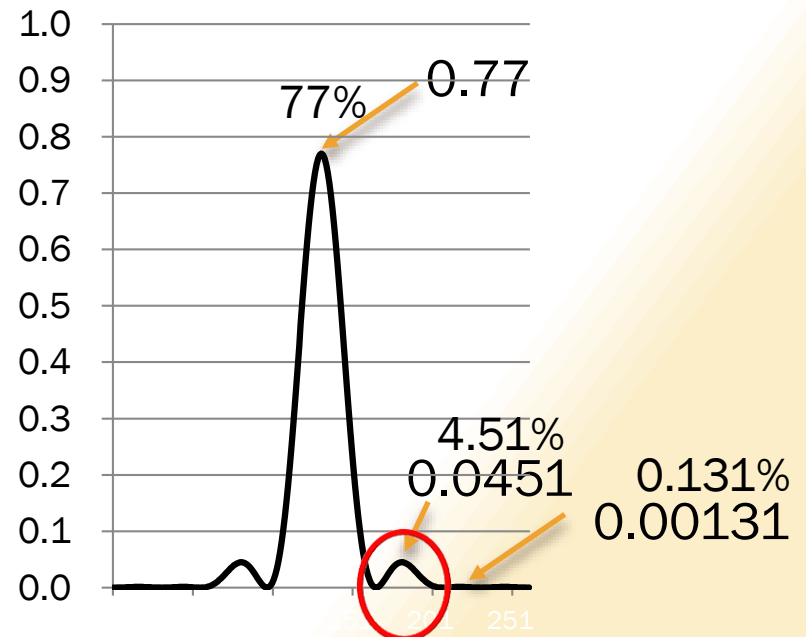
■下の図は、無遮蔽と中央遮蔽の回折像を並べたものです。

→これを見ると、中央遮蔽の回折像は

- ①遮蔽の分だけピークの強さが落ちていきます。
- ②また、第一回折リングの光の強さは無遮蔽の場合よりも大きくなります。→これがコントラストに影響します。



無遮蔽の回折像



中央遮蔽(遮蔽率35%)の回折像

4. エアリーディスクのサイズ

ここで、回折像のエアリーディスクに着目して、その大きさ(角度)を見てみます。

4. 1 星座や天体のサイズの表現(1)

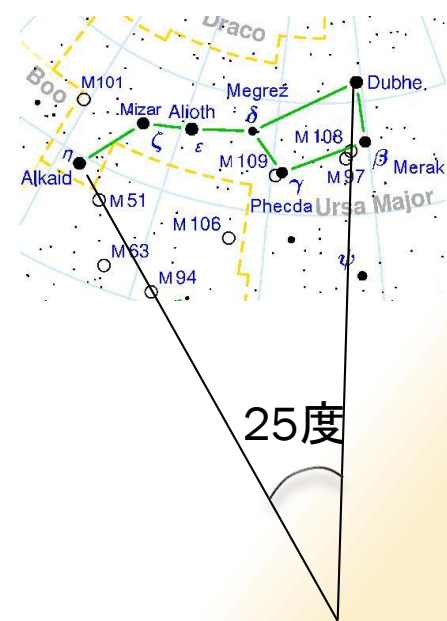
■地上にあるものならば、実際に物差しや巻き尺で大きさを測ることが出来ますが、星座の星々の間隔や天体のサイズを示すには角度(度、分、秒)を使います。

例えば、北斗七星は角度で25度です。

月や惑星は見かけの大きさが小さいので度よりも小さな単位である分(1/60度)や秒(1/60分=1/3600度)(注)を使います。

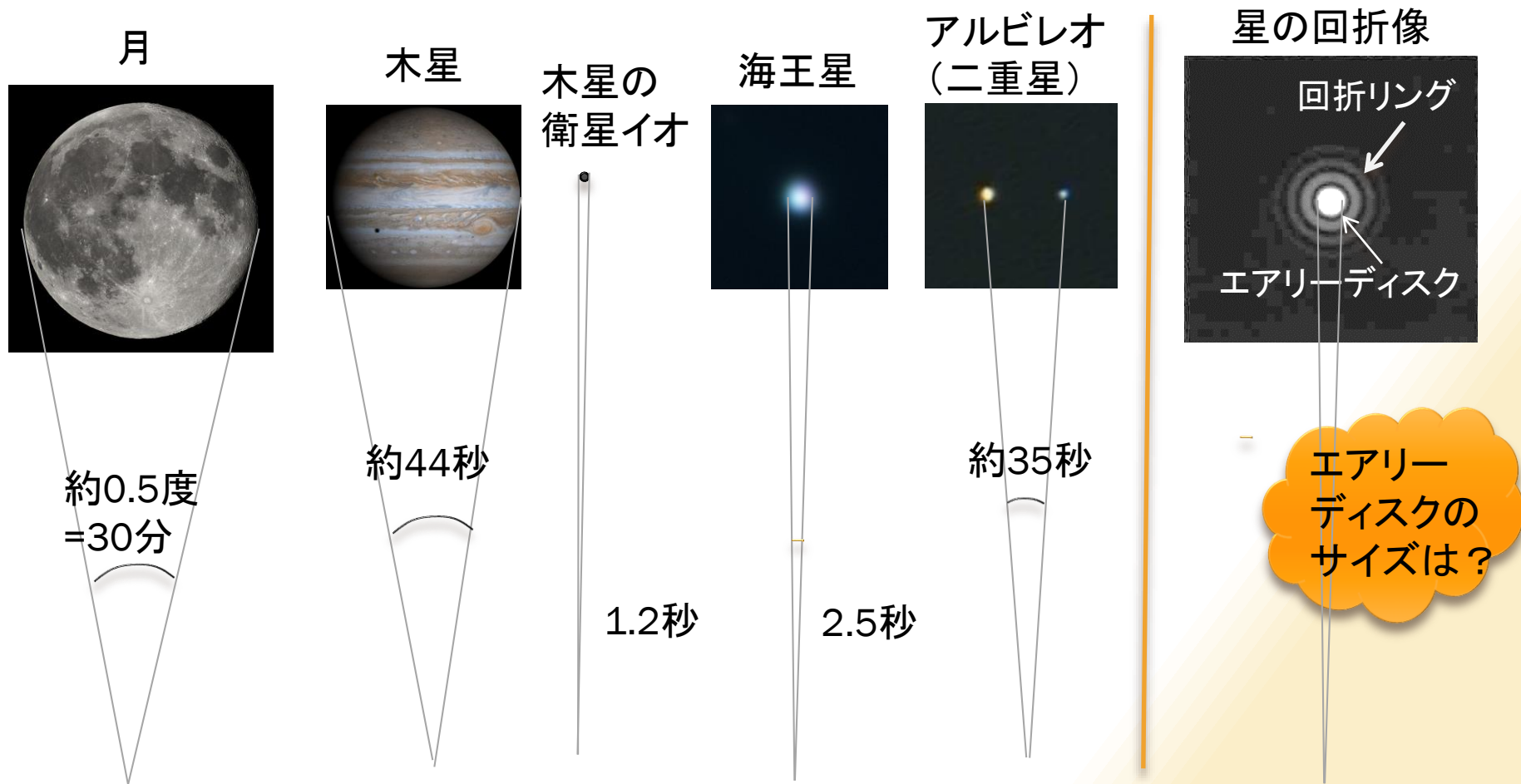
→次頁参照。

(注)英語では、arc minute, arc secondと表現します。



4. 1 星座や天体のサイズの表現(2)

下記に、月、惑星(木星と海王星)等の見かけのサイズを示します。



1分=1/60度

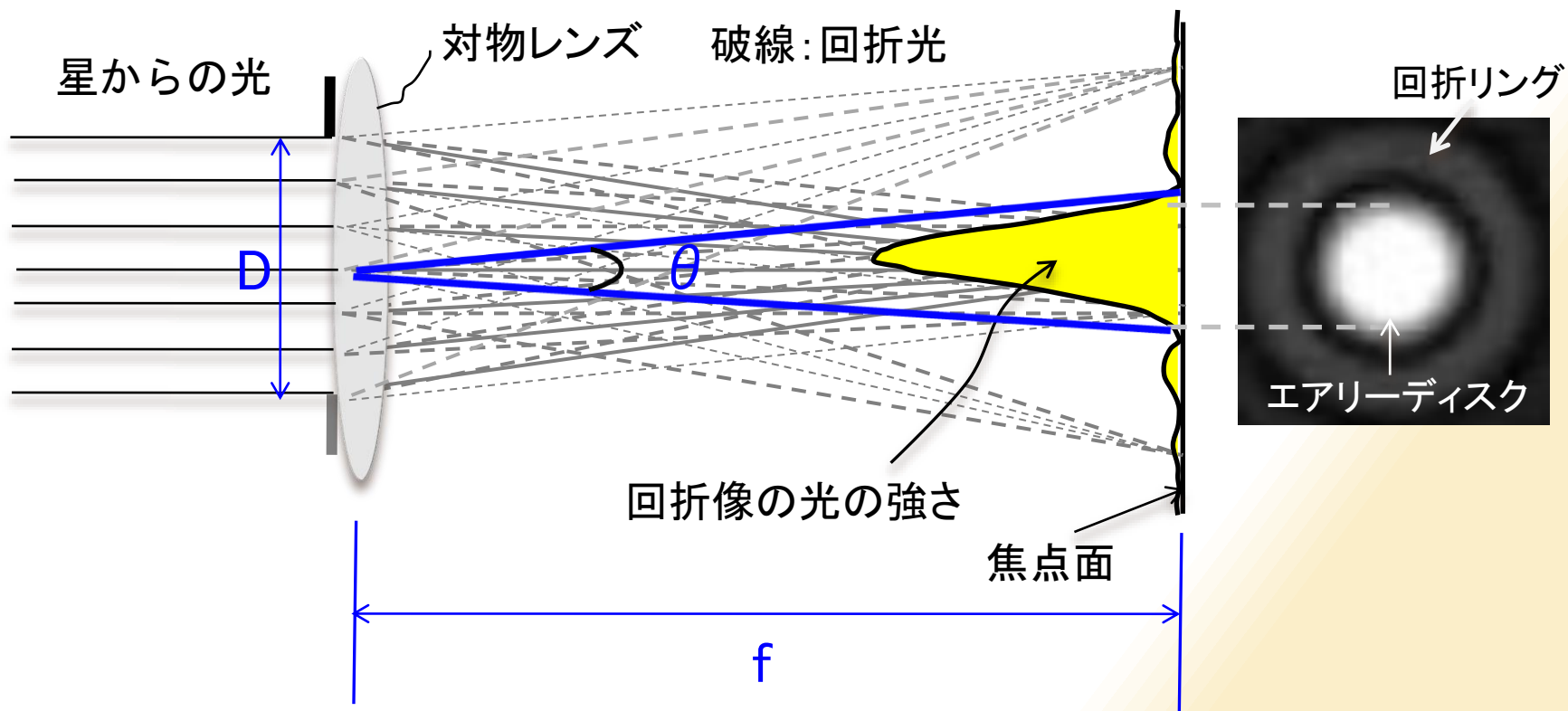
1秒=1/60分=1/3600度

4. 2 エアリーディスクのサイズ(1)

- 望遠鏡の口径をD、光の波長を λ とするととき、望遠鏡の口径に反比例します。

エアリーディスク直径の角度は、 $\theta = 2.44 \lambda / D$

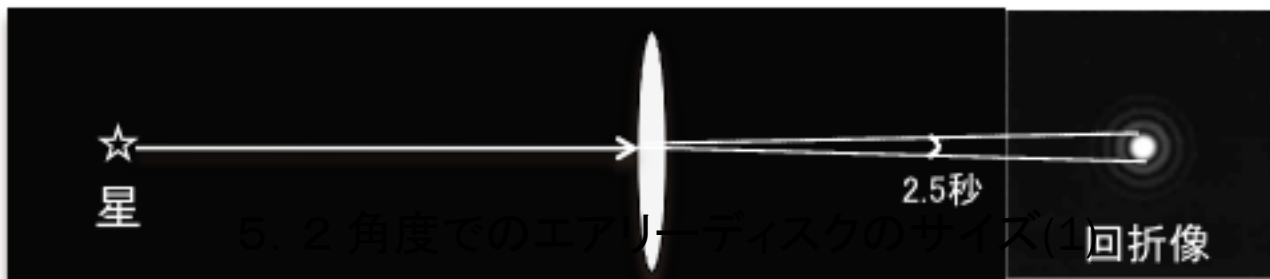
角度は望遠鏡の
焦点距離に
依存しません！



4. 2 エアリーディスクのサイズ(2)

(例) 光の波長が500nmで、望遠鏡の口径D=100mmとするとき
エアリーディスクの直径の角度を計算すると、

$$\begin{aligned}\theta &= 2.44 \lambda / D = 2.44 * 0.0005\text{mm} / 100\text{mm} \\ &= 0.0000122(\text{ラジアン}) = 0.0000122 * (180 / 3.14) * 3600 \\ &= 2.5177 \\ &= 2.52\text{秒}\end{aligned}$$



これは、海王星の視直径と同じ位の非常に小さな角度です。

4. 2 エアリーディスクのサイズ(3)

- エアリーディスク直径の角度は、 $\theta = 2.44 \lambda / D$ という式から望遠鏡の口径Dが大きくなると小さくなります。

D=60mmのとき



D=100mmのとき



D=200mmのとき

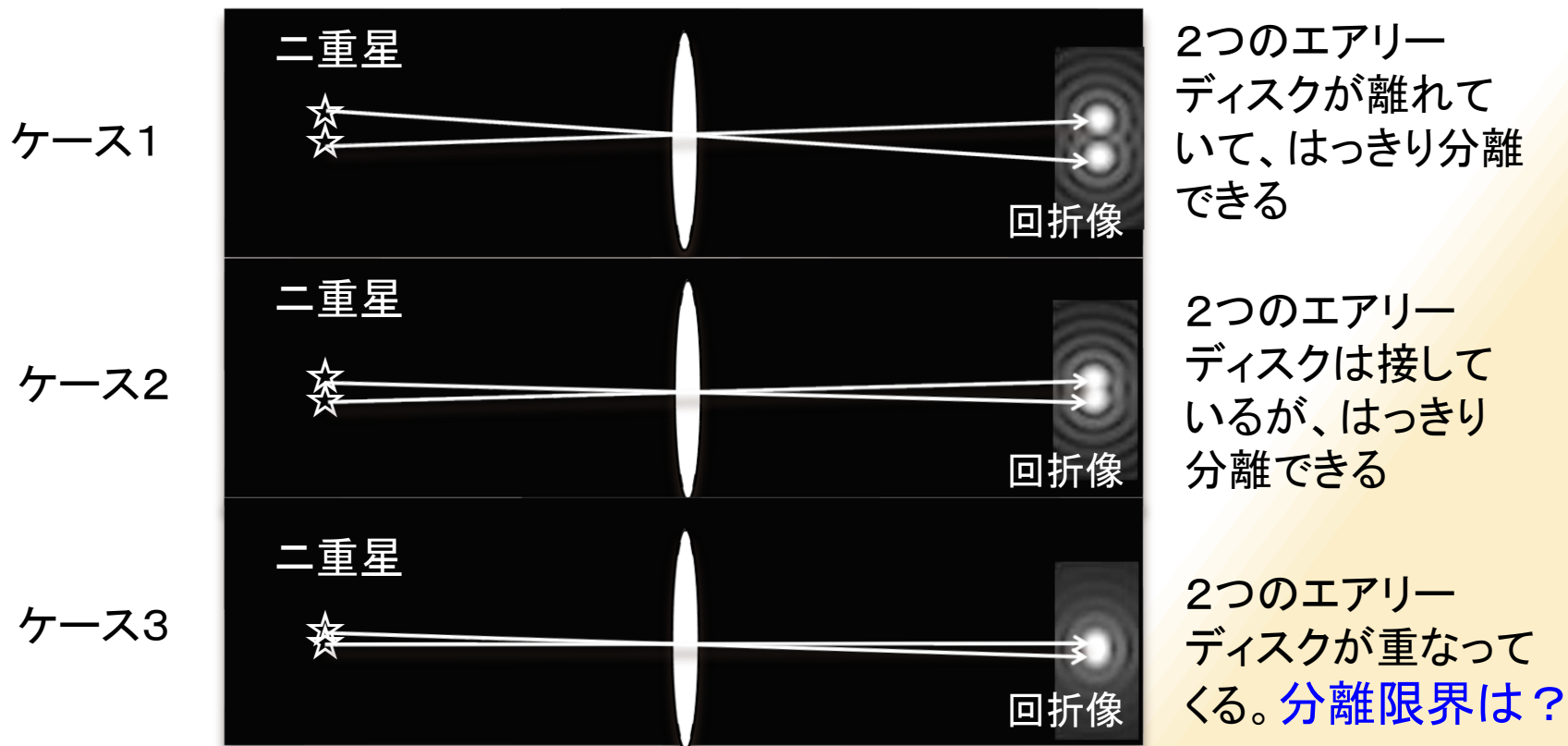


5. 星の回折像と二重星の分離

これまでから分かるように、回折像は非常に小さいので回折像が見えるほど倍率を上げるのは
接近した二重星を分離する
場合があります。

5. 1 二重星の回折像と分離

■非常に接近した二重星を高倍率で見ると、2つの星の回折像が接近して見えます。→二重星が接近するほど2つの星の回折像が接近し、やがてその口径の望遠鏡では分離が難しくなります。



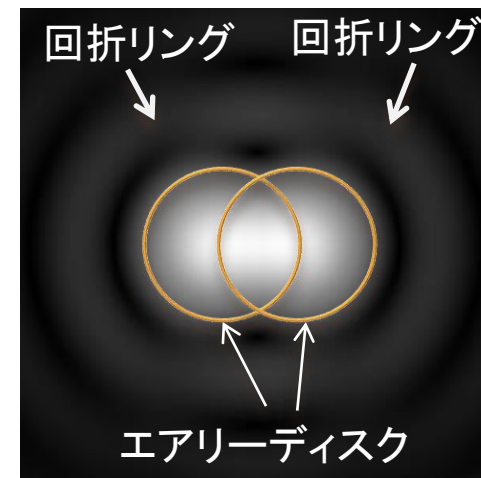
5. 2 二重星の分離基準: ドーズリミット(1)

■二重星の分離限界については**ドーズリミット(ドーズの限界)**があります。**これはウィリアム・ドーズ(注)が経験的に導き出した、光度が等しい二重星の分解能の限界です。**右図のように二重星のエアリーディスクが部分的に重なった状態を分離限界とし、下記の式により求められます;

$$\text{分解能(秒)} = 116 \div (\text{口径のmm})$$

(例) 口径100mmならば $116/100=1.16$ 秒

(注)ウィリアム・ドーズ(William Rutter Dawes、1799 – 1868)はイギリスのアマチュア天文家、牧師です。惑星の観測の第一人者で、鷲の眼という異名を与えられた観測家です。



Wikipediaより



5. 2 二重星の分離基準:ドーズリミット(2)

■天体望遠鏡のカタログで分解能(resolution)として一般に使用されているのは、この「ドーズリミット」です。

Model	AS 80/840	AS 100/1000	APQ 100/1000	APQ 100/640	APQ 130/1000	APQ 150/1200
Clear Aperture:	80mm/3.15"	100mm/3.9"	100mm/3.9"	100mm/3.9"	130mm/5.1"	150mm/5.9"
Focal Length:	840 mm	1000 mm	1000 mm	640 mm	1000 mm	1200 mm
Focal Ratio:	f/10.5	f/10.0	f/10.0	f/6.4	f/7.7	f/8.0
Resolution (arc seconds):	1.4"	1.1"	1.1"	1.1"	0.9"	0.7"
Limiting Visual Magnitude:	12.1	12.6	12.7	12.7	13.3	13.6

すなわち、明るさが等しい接近した2つの星を見分けられる能力を「天体望遠鏡の分解能」としています。

→実際の二重星では、

明るさが等しい二重星は少なく、明るさが異なる二重星が多いです。

明るさの差が非常に大きな二重星の例としてはシリウスがあり、分離するのは非常に困難です。

6. 無遮蔽と中央遮蔽の望遠鏡の コントラスト比較

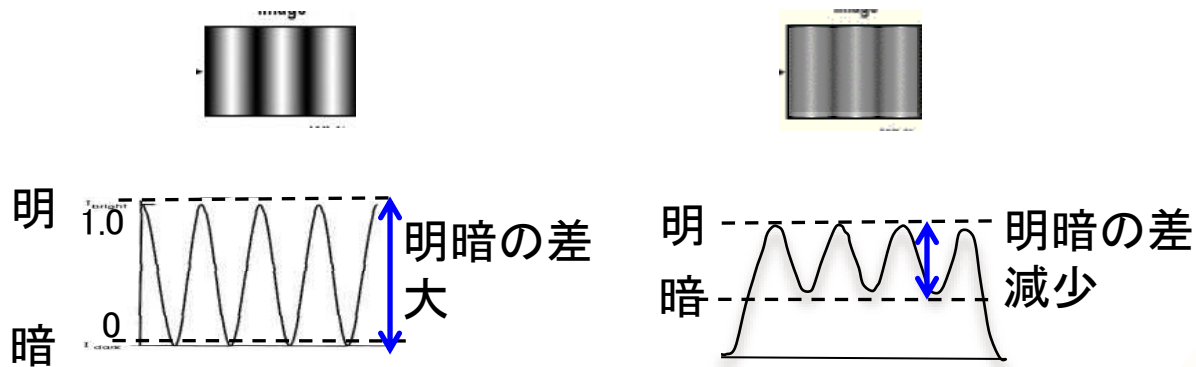
無遮蔽の望遠鏡と中央遮蔽の望遠鏡で回折像に違いがあることを確認しましたが、この違いが望遠鏡のコントラストにどんな影響を与えるかを見ていきます。

6. 1 コントラストとは

■コントラストとは？

例えば下の2つの模様を見ると、左側は黒と白がはっきりしているのに対し、右側は灰色と白になっています。このように明暗（濃淡）の差をコントラストと言います（左はコントラストが高い、右は低い）。波形のグラフは明暗の強さを表現しています。

明暗が
滑らかに
変化する
パターン



■天体でコントラストが非常に高い対象には下記があります。

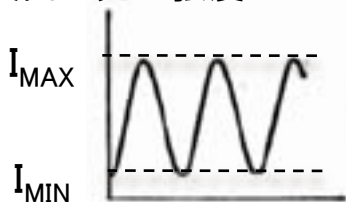
(例)・月面の明暗境界線付近のクレーター

・木星の衛星の木星本体への影、土星のカシニ空隙など

6. 2 コントラストの数値化（正規化）

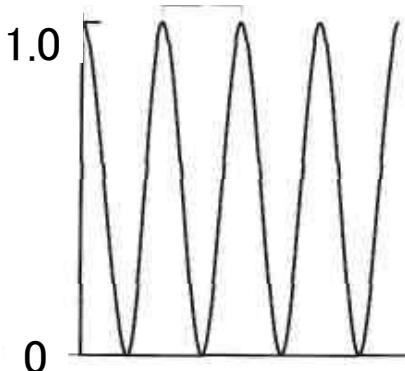
■ 光の強さが I_{MAX} と I_{MIN} の間で明暗を繰り返す模様としたとき、コントラスト C は下の右の式で定義されます。

表面の光の強度 I

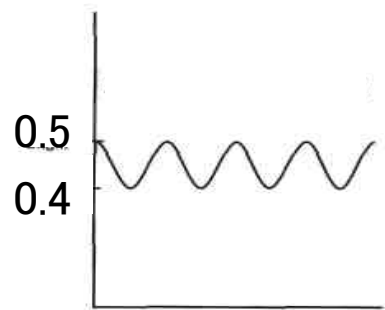


$$C = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}}$$

(例1) $I_{MAX} = 1.0$, $I_{MIN} = 0$ とすると
 $C = (1 - 0) / (1 + 0) = 1.0$



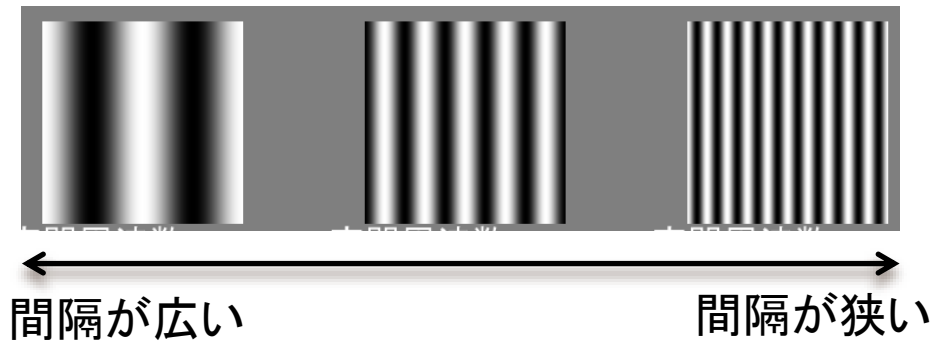
(例2) $I_{MAX} = 0.6$, $I_{MIN} = 0.4$ とすると
 $C = (0.5 - 0.4) / (0.5 + 0.4) = 1/9 = 0.11$



■ これにより、コントラストの値を $0 \leq C \leq 1$ に収めることができます。
コントラストが最も高い: $C = 1$ 、コントラストが最も低い: $C = 0$

6. 3 白黒パターンの間隔

- コントラストを表現する白黒パターンには、間隔が広い、狭いもあります。

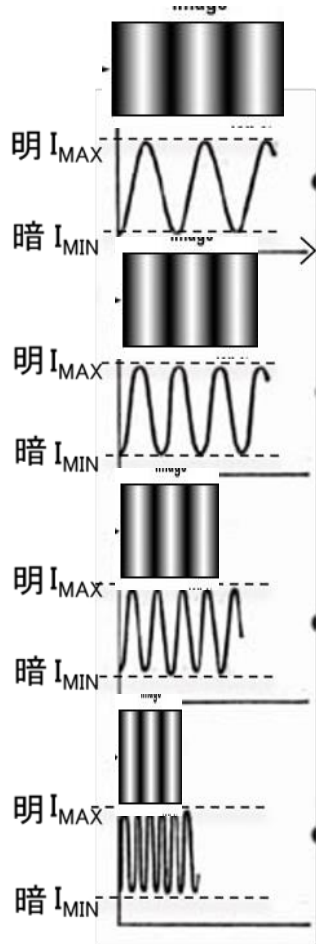


- 間隔が広い、狭いは模様の粗さ、細かさに対応します。
(例) 月面の谷: アルプス谷とその底の細かい谷

以上の準備をして、天体望遠鏡とコントラストの関係についての話に進みます。

6. 4 天体望遠鏡で同じコントラストの対象を見ると(1)

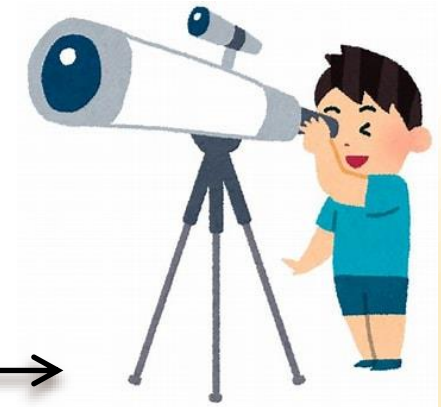
■下の図のような、コントラストが同じで段々間隔が狭くなるパターンを遠くに置き、望遠鏡で覗いたとします。



→この結果はどうなるでしょうか？

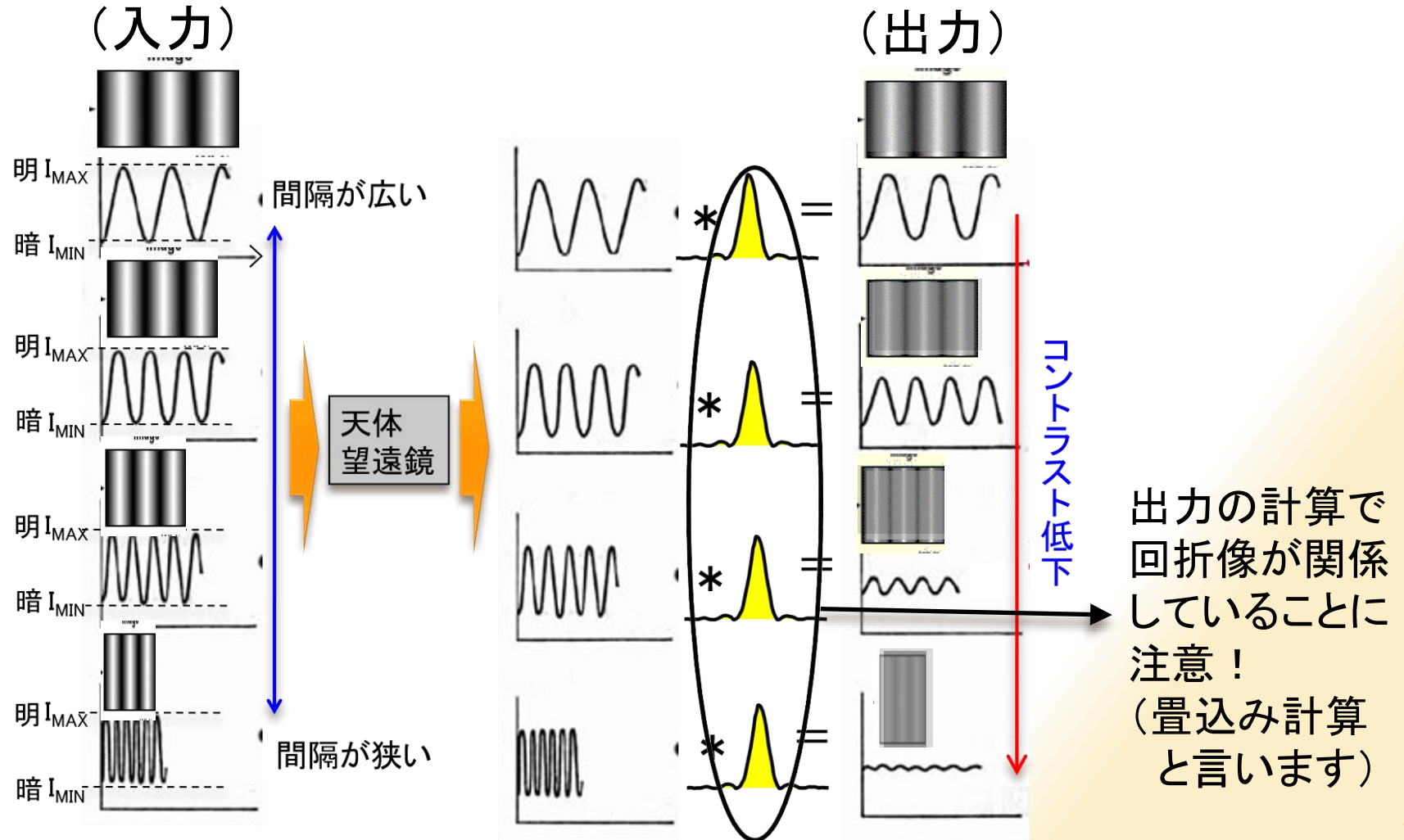


距離を開ける



6. 4 天体望遠鏡で同じコントラストの対象を見ると(2)

■ 下の図はコントラストが同じで細かさが異なる明暗パターンを望遠鏡で見たときを示しています。細かい程コントラスト低下！

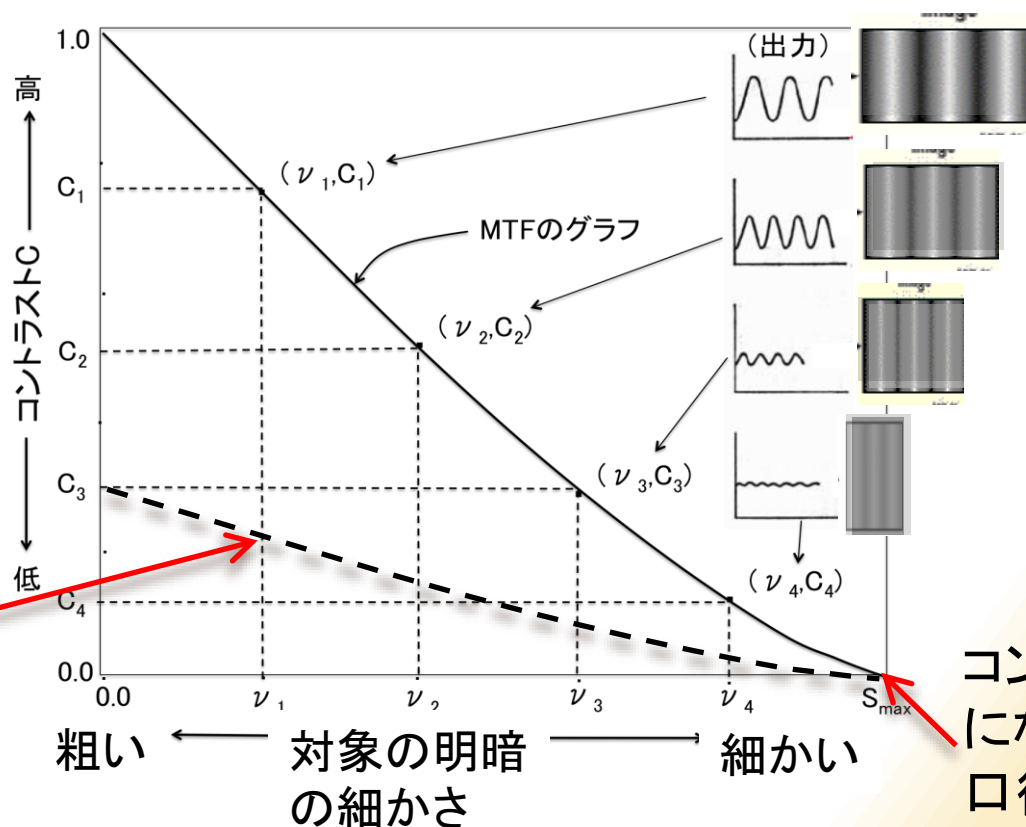


6. 5 MTFチャート

- 下の図は、天体望遠鏡が見る対象のコントラストを $C=1.0$ 、「間隔の細かさ」を ν として、出力の (ν, C) をグラフにしたものです。
→これを「MTF(*)チャート」と言います。対象の明暗が細かくなるほどコントラストは低下(MTFのカーブは右肩下がりに)。

コントラスト $C=1.0$ の対象を望遠鏡で見たときの出力のグラフ

(※)コントラストが低い対象(例 $C=C_3$)を見たときの出力は破線のカーブになります。



(*)Modulation Transfer Function (変調伝達関数)

コントラストがゼロになる所(望遠鏡の口径に依存)

6. 6 望遠鏡の口径とMTFチャートの関係

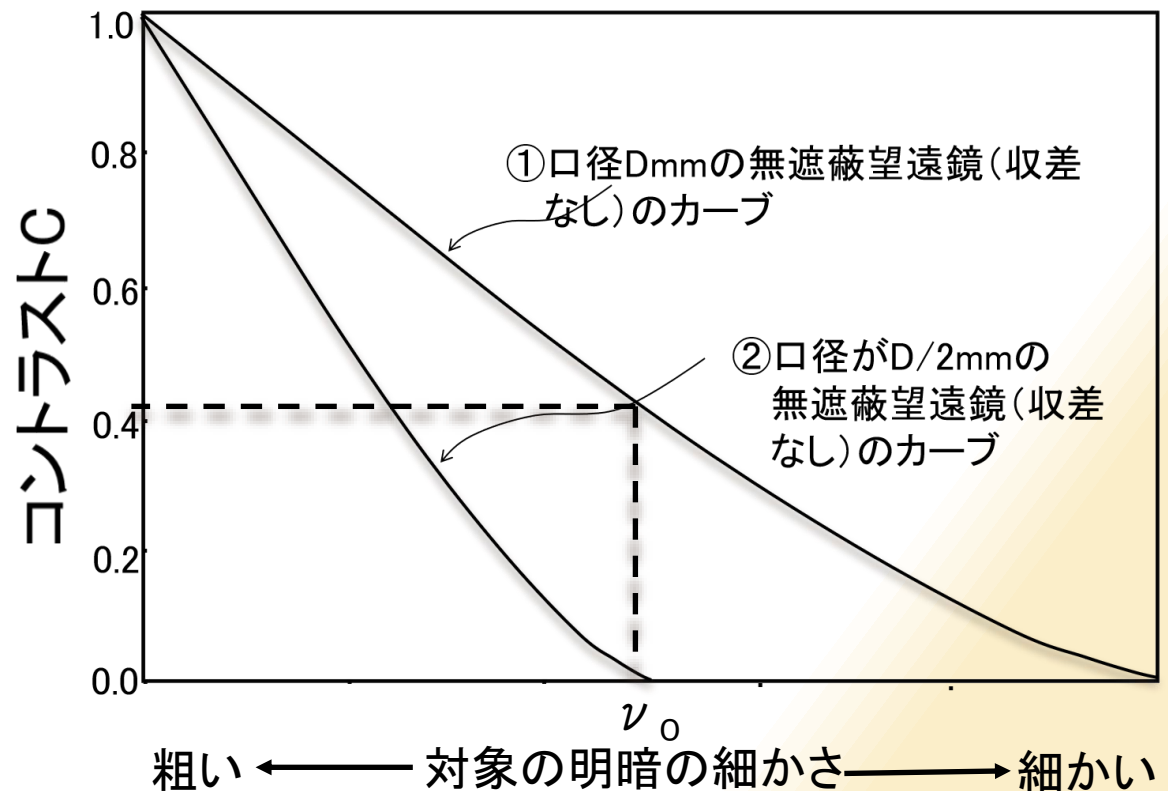
■どこまで細かな明暗が見れるかは口径に比例します。従って、口径が半分の望遠鏡はコントラストの低下が早くなります。

例えば、 ν_0 の細かさの対象は

①の望遠鏡では0.4位のコントラストで見えています

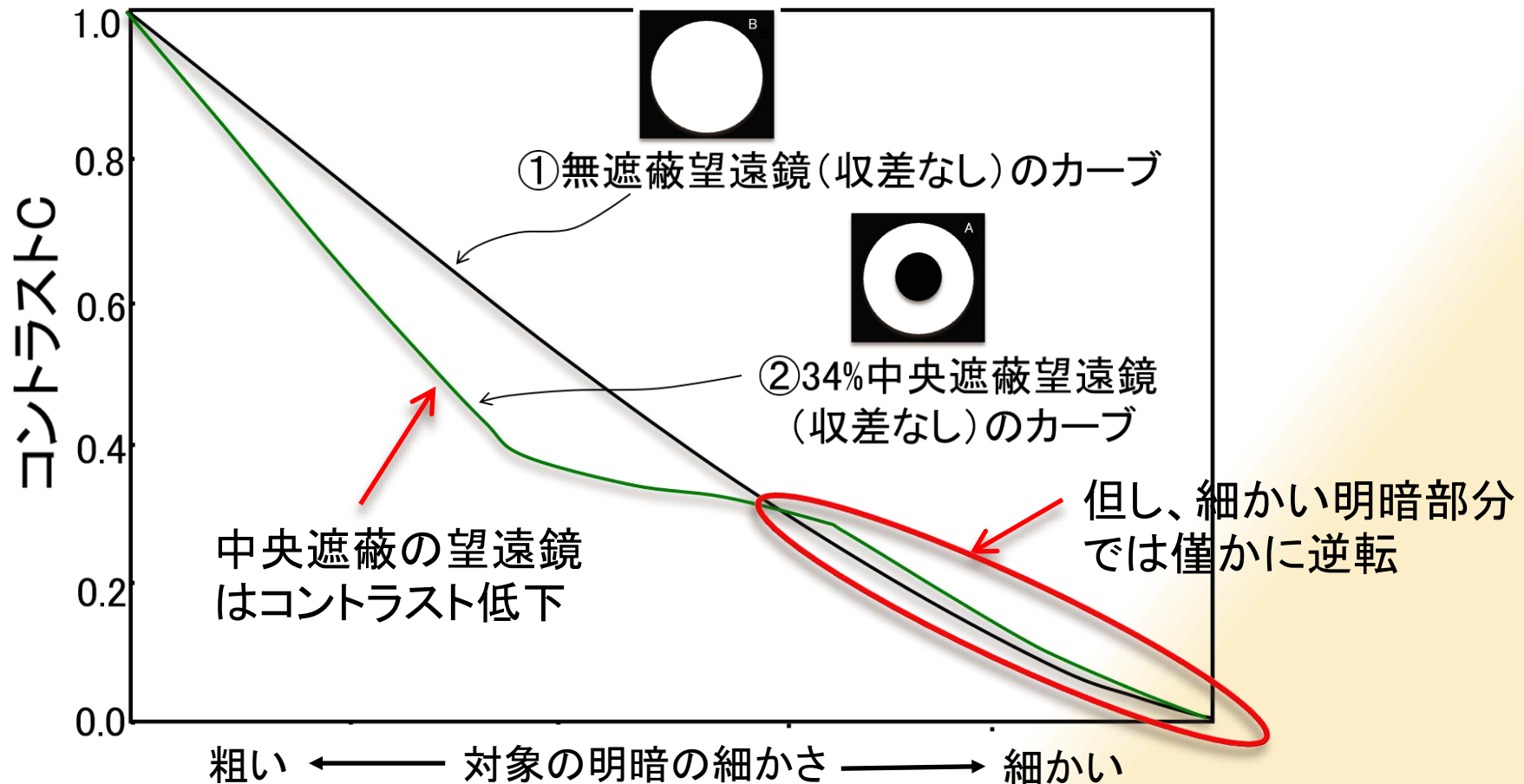
②の望遠鏡ではコントラストが0となり見えません。

(例)口径10cmの望遠鏡では木星の衛星の影がはっきり見えるが5cmの望遠鏡ではかなり難しい。



6. 7 無遮蔽と中央遮蔽のコントラストの比較(1)

■ 同じ口径の望遠鏡でも①無遮蔽と②中央遮蔽ではコントラストが異なります。→下の図のように①無遮蔽の方がコントラストは良い。図では遮蔽率34%ですが、遮蔽率を小さくするとコントラストは改善。



6. 7 無遮蔽と中央遮蔽のコントラストの比較(2)

■前頁より、

「同口径ならば中央遮蔽のある反射望遠鏡は
屈折望遠鏡に(非常に細かい模様を除いて)
コントラストの点で負ける」

ということです。

→対抗手段としては、下記が考えられます；

- ①中央遮蔽を出来るだけ小さくして大口径化する(屈折に比べてコストがかからないので大口径化可能)。
- ②無遮蔽の反射望遠鏡を製作する。

6. 7 無遮蔽と中央遮蔽のコントラストの比較(3)

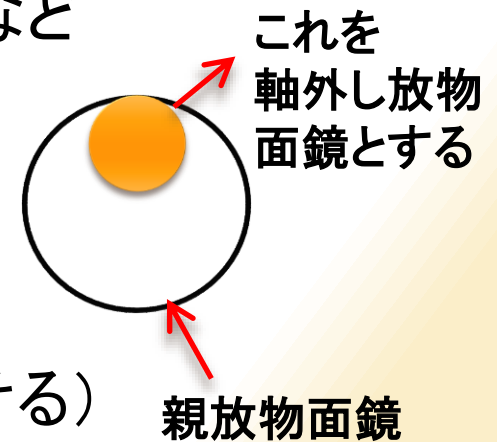
■②の無遮蔽の反射望遠鏡とは、
主鏡を傾けるなどして中央遮蔽を取り除いた反射望遠鏡です。
これまで商品化されたものでは、

- ・シーフシュピーグラー式望遠鏡(球面鏡を傾け、折り返しに凸面鏡使用)→スイスAOK社から11cm,15cmなど

- ・軸外しニュートン式望遠鏡(親の放物面鏡を光軸を外した小さな軸外しの放物面として切り取り、それ主鏡とする)

→米国DGM OpticsのOff-Axis Newtonian

- ・ハーシェルニュートン式望遠鏡(球面鏡を傾ける)



などいろいろ考案されてきましたが、
光軸調整の難しさ、Fが長くなり口径が大きな望遠鏡が作れない、
コスト面などがあり、普及していません。

7. アポダイジングスクリーンの話

最後の話題として無遮蔽望遠鏡のコントラストを上げる方法について説明します。

7. 1 無遮蔽望遠鏡のコントラストを上げるには？

手法としては「アポダイジングスクリーン」があります。

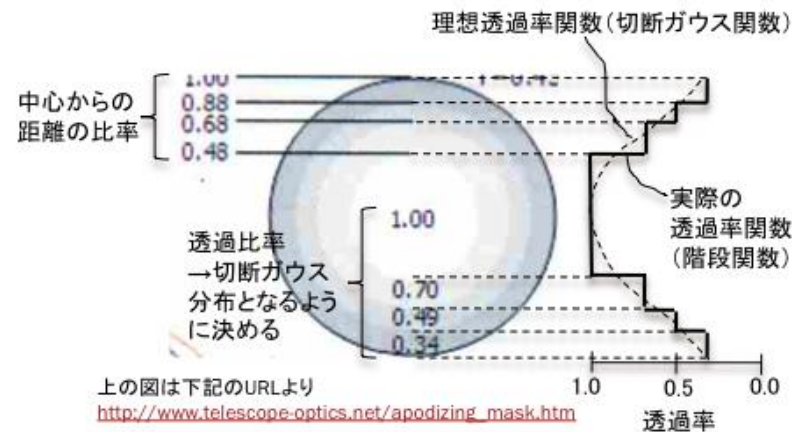
アポダイジングスクリーンとは、望遠鏡の筒先につける「透過率が周辺に行くほど低下するように網目などで作られたスクリーン」のことです。



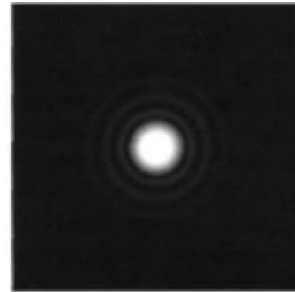
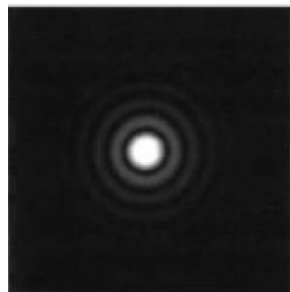
上の図は下記のURLより:

http://revans_01420.webs.com

</apps/photos/photo?photoid=36951464>



これにより、星の回折像は下の図の右のように回折リングが弱められます(その代り中央のエアリーディスクは肥大します)。

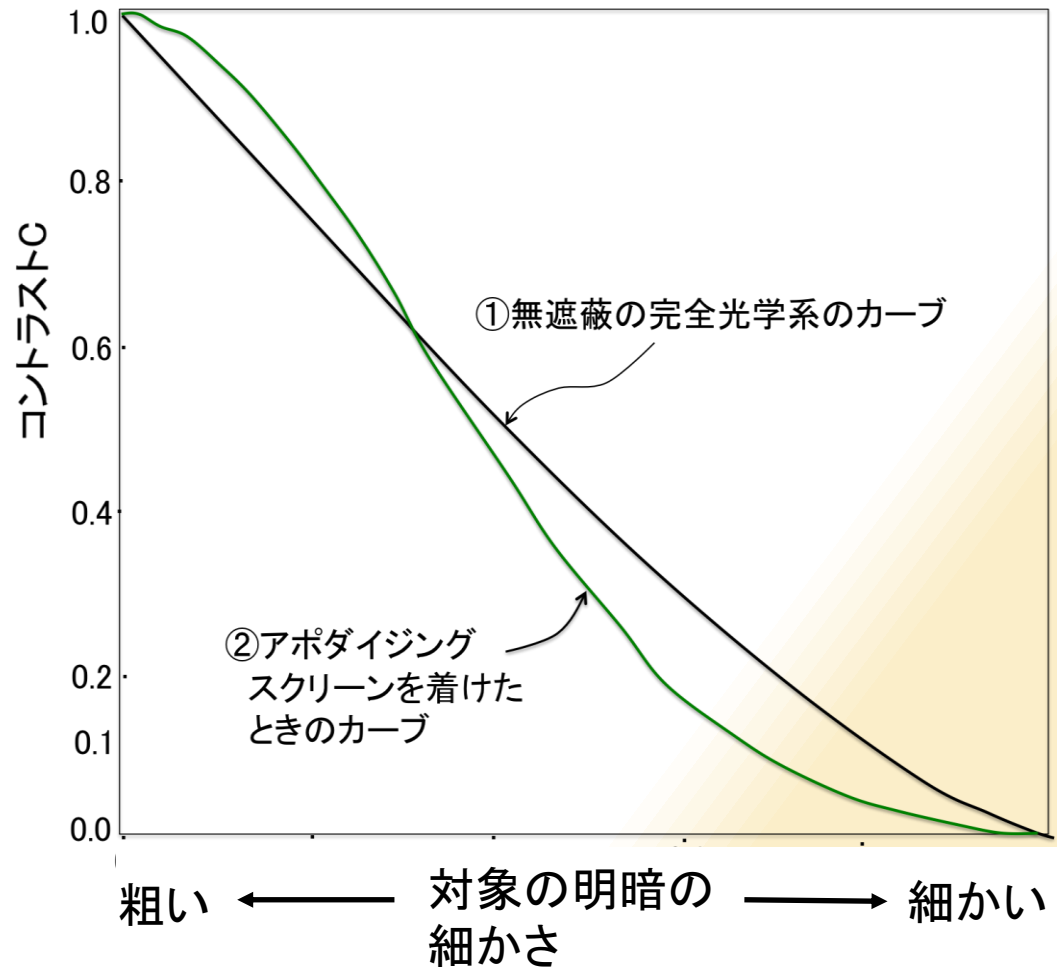


7. 2 アポダイジングスクリーンの効果

■アポダイジングスクリーンの効果をMTFチャートで示すと図のようになります。この図を見ると、アポダイジングスクリーンを着けた望遠鏡は、明暗の細かさが中程度以下ではコントラストが高くなっています。

→アマチュアの中クラスの望遠鏡では、惑星の主要な模様はこの範囲で観察することが多いので有効。

尚、アポダイジングスクリーンは中央遮蔽の望遠鏡で遮蔽率が30%以上では効果ありません。



おわりに

今回、

- ・星の回折像とは何か。
- ・望遠鏡の筒先のタイプにより回折像が異なること。
- ・回折像が異なると望遠鏡のコントラストに影響すること。

の概要を説明しました。

この話の発展としては、

- ・望遠鏡の様々な見え方をMTFを使ってさらに説明する。
→H.R.Suiter著 Star Testing Astronomical Telescopesの内容
 - ・レンズとフーリエ変換の対応を調べる(フーリエ光学)。
- などがあります。

END